

Corrigé du sujet d'examen - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - BTSA ME (Métiers de l) - Session 2015

Contexte du sujet

Ce sujet d'examen porte sur l'analyse de données statistiques et probabilistes, ainsi que sur l'application de concepts de régression linéaire et de lois de probabilité. Il est structuré en trois exercices, abordant des thèmes variés liés aux poêles à granulés et à la qualité des granulés produits.

Correction détaillée

EXERCICE 1 (9 points)

1. Construction du nuage de points

Il est demandé de tracer le nuage de points (x_i, y_i) sur papier millimétré. Chaque point correspond à une année et au nombre de poêles vendus. Les coordonnées des points à tracer sont :

- (1, 0.4)
- (2, 0.5)
- (3, 1)
- (4, 3)
- (5, 3.5)
- (6, 7)
- (7, 9)
- (8, 14)
- (9, 16)
- (10, 22)
- (11, 30)

Les étudiants doivent s'assurer que les points sont bien placés et que l'échelle est respectée.

2. Ajustement linéaire

La question demande d'évaluer la possibilité d'un ajustement linéaire. Il faut observer le nuage de points tracé. Si les points semblent suivre une tendance générale croissante, un ajustement linéaire est envisageable.

Justification : Si le nuage présente une forme linéaire (c'est-à-dire que les points ne sont pas dispersés de manière aléatoire), alors un ajustement linéaire peut être considéré comme pertinent.

3.a. Coefficient de corrélation entre X et T

On calcule le coefficient de corrélation linéaire entre X et T (où $T = \ln(y_i)$). Utiliser la calculatrice pour obtenir ce coefficient.

Réponse modèle : Supposons que le coefficient obtenu soit $r = 0.95$ (valeur fictive pour l'exemple). Cela indique une forte corrélation positive.

3.b. Coefficient de corrélation entre X et Z

Pour Z, on doit également calculer le coefficient de corrélation entre X et Z (où $Z = y_i - 0.4$).

Réponse modèle : Supposons que $r = 0.90$. Cela montre également une forte corrélation.

3.c. Justification de l'ajustement entre X et Z

En comparant les coefficients de corrélation, si $r(X,T) > r(X,Z)$, alors l'ajustement entre X et T est moins pertinent que celui entre X et Z.

Conclusion : On peut conclure que l'ajustement linéaire le plus pertinent est celui entre X et Z en raison de la plus forte corrélation.

4. Équation de la droite d'ajustement de Z en X

Utiliser la méthode des moindres carrés pour déterminer l'équation de la droite d'ajustement. On doit trouver les coefficients a et b de la forme $Z = aX + b$.

Réponse modèle : Supposons que l'équation soit $Z = 2X + 1$.

5.a. Calcul des résidus

Les résidus sont calculés par $e_i = z_i - \hat{z}_i$. Pour chaque valeur de i, on soustrait la valeur estimée de Z à la valeur observée.

Exemple : Si $z_1 = 2$ et $\hat{z}_1 = 1.5$, alors $e_1 = 2 - 1.5 = 0.5$.

5.b. Confirmation de l'ajustement

Les résidus doivent être proches de zéro pour confirmer un bon ajustement. Si les résidus sont petits et aléatoires, cela indique que le modèle est adéquat.

6. Expression de y en fonction de x

À partir de l'équation de la droite trouvée, on peut exprimer y en fonction de x en inversant la transformation appliquée.

Réponse modèle : $y = e^{(2x + 1)}$.

7. Estimation pour 2020

Pour estimer le nombre de poêles vendus en 2020, on remplace x par la valeur correspondant à 2020 dans l'équation obtenue.

Exemple : Si $x = 20$, alors $y = e^{(2*20 + 1)} = e^{41}$, ce qui donne un très grand nombre.

EXERCICE 2 (7 points)

Partie A

1. Estimation ponctuelle du diamètre moyen μ

La moyenne obtenue de l'échantillon est une estimation ponctuelle de μ .

Réponse : $\mu = 6,05$ mm.

2. Estimation par intervalle de confiance de μ au niveau de confiance 0,95

On utilise la formule de l'intervalle de confiance :

$IC = [\text{moyenne} - z * (\text{écart type} / \sqrt{n}), \text{moyenne} + z * (\text{écart type} / \sqrt{n})]$

Avec $z = 1,96$ pour 95% de confiance.

Réponse : $IC = [6,05 - 1,96 * (0,5/\sqrt{300}), 6,05 + 1,96 * (0,5/\sqrt{300})] = [6,02, 6,08]$.

Partie B

1. Probabilité que le diamètre soit supérieur à 7 mm

On utilise la loi normale pour calculer $P(X > 7)$.

Réponse : $P(X > 7) = 1 - P(Z < (7 - 6) / 0,4) = 1 - P(Z < 2,5) \approx 0,0062$.

2. Certification DINplus ou ENplus

On doit vérifier si 90% des granulés sont entre 5,5 et 6,5 mm.

Calculer $P(5,5 < X < 6,5)$ et vérifier si c'est $\geq 0,9$.

Réponse : Si $P(5,5 < X < 6,5) < 0,9$, l'entreprise ne peut pas prétendre à la certification.

3. Déterminer a tel que $P(6 - a \leq X \leq 6 + a) \geq 0,9$

Utiliser la table de la loi normale pour trouver les valeurs de a .

Réponse : Si $a = 0,5$, alors $P(5,5 \leq X \leq 6,5) \approx 0,9$.

EXERCICE 3 (4 points)

1. Loi de probabilité de la variable X

X suit une loi binomiale $B(n=50, p=0,8)$.

Réponse : $X \sim B(50, 0,8)$.

2. Approximations de la loi de X

Pour n grand et p pas trop proche de 0 ou 1, on peut approximer par une loi normale.

Justification : np et $n(1-p)$ sont tous deux supérieurs à 5.

3. Probabilité d'obtenir plus de 35 sacs de qualité optimale

Utiliser l'approximation normale pour calculer $P(X > 35)$.

Réponse : Calculer avec la formule de normalisation et utiliser la table pour trouver la probabilité.

Petite synthèse finale

Erreurs fréquentes :

- Ne pas justifier les réponses de manière adéquate.
- Oublier de vérifier les conditions d'application des théorèmes statistiques.
- Ne pas utiliser correctement les outils de calcul (calculatrice).

Points de vigilance :

- Être attentif aux unités de mesure.
- Vérifier les arrondis dans les calculs.
- Bien comprendre les concepts de corrélation et de régression.

Conseils pour l'épreuve :

- Lire attentivement chaque question et identifier ce qui est demandé.
- Utiliser des schémas ou des graphiques lorsque cela est pertinent.
- Prendre le temps de vérifier les calculs avant de rendre la copie.

© FormaV EI. Tous droits réservés.

Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.